Law, Henry
Sthititattva aura gatitattva

ELEMENTS OF

Statics and *Dynamics*

IN HINDI

BY

NAVINA CHANDRA RAI.

Published under the auspices of the

PUNJAB UNIVERSITY COLLEGE.

Lahore:

PRINTED BY BARKAT RAM, AT THE "ANJUMAN-I-PUNJAB," PRESS.

1882.

Price 8 Annas.

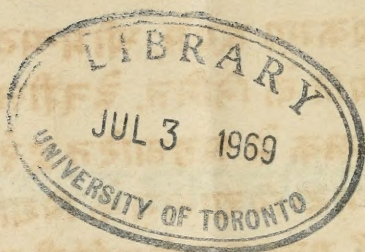
स्थितितत्व और गतितत्व

श्री नवीन चन्द्र राय कृत

पञ्जाब महा विद्यालय
के निमित्त प्रकाशित

लाहोर

सन १८८२ ई०
अञ्जुमने पञ्जाब प्रेसमे मुद्रित

भूमिका

यह पुस्तक, निर्म्माण विद्या के अन्तर्गत, साधारण निर्म्माण और पुल सड़क प्रभृति निर्म्माण रीति के तत्त्व प्रकरण रूपसे, श्रीमन्महाराज जम्बू काश्मीराधिपति के निमित्त, हेनरीला साहेब कृत अंग्रेज़ी पुस्तक से अनुवादित हुई थी। अब यह पञ्जाब महाविद्यालय के विद्यार्थी पण्डितों के निमित्त "पञ्जाब युनिवर्सिटी कालेज" के व्यय से मुद्रित और प्रकाशित हुई। निर्म्माण विद्या के सिवाय शिल्प विद्या साधारण और प्राकृत तत्त्व विद्या मे भी इसका उपयोग हो सकता है। वस्तुतः स्थितितत्त्व और गतितत्त्व के विशद ग्रंथों की यह एक अनुक्रमणीका है, जिसके पाठ से एन्द्रोक्त का पाठ अल्पायास साध्य हो जायगा। अतएव महाविद्यालय की उच्चशिक्षा मे यह विशेष उपकारिणी होगी।

निर्म्माणविद्या

प्रथम अध्याय

उपक्रमणिका।

१। "निर्म्माणविद्या" उसविद्याको कहते हैं जिस से घर, सड़क, नहर, लोहेकी सड़क प्रभृति, उन्के उपकरण यन्त्र और उन्की उपादान[1] सामग्री प्रभृति के निर्म्माण और प्रस्तुत करने का तत्व और रीति विदित हो।

२। निर्म्माण विद्या के प्रधान विभाग दो हैं। प्रथम विभाग को "तत्व[2] प्रकरण" कहते हैं, दूसरे को "रीति[3] प्रकरण"।

३। तत्व प्रकरण मे बोझ, गति, शक्ति, बल प्रभृति का वर्णन और उन्की गणना होती है।

४। रीति प्रकरण मे घर सड़क प्रभृति एक एक वस्तु के निर्म्माण की रीति होती है। यद्यपि रीति प्रकरण हि कार्य्योपयोगी है, पर इस्के बहुत स्थलोंमे तत्वप्रकरण की गणना की अपेक्षा होती है, इसलिये इस ग्रन्थमे तत्व प्रकरणहि पहिले लिखा जाता है।

५। निर्म्माण विद्या यद्यपि उल्लिखित दो भागोंमे विभक्त

(१) Material (२) Science
(३) Art

है, पर इससे यह अभिप्राय कदाचित नहिं कि इनने मेहि यह विद्या सम्पूर्ण होजाती है। इसके साधनस्वरूप और बहुत विद्या हैं यथा गणित, ज्योमिति, भूमीमापनविद्या, चित्रकारीविद्या, शिल्पविद्या, पदार्थविद्या, अनुमिति, लेखा प्रभृति जिनका थोड़ा बहुत ज्ञान निर्मोता को आवश्यकीय होता है। सिवाय इसके प्रत्येक विद्या की अनेक और बहु विस्तीर्ण शाखा हैं, जिन सबों का वर्णन एक ग्रन्थ मे कभी सम्भव नहिं। वस्तुतः निर्माण विद्या एक बड़ा शास्त्र है। जो इस शास्त्र मे अच्छी व्युत्पत्ति की इच्छा रक्खें उन्हें यह प्रत्याशा न रखनी चाहिये कि इस संक्षिप्त ग्रन्थ से हि वे कृतकार्य्य होजावेंगे, तथापि जो प्रधानः बातें हैं उनका ज्ञान इससे होसकेगा॥

द्वितीय अध्याय

तत्व प्रकरण

पार्थिवयोगस्थितितत्व

६। पार्थिव योग एक पृथक विद्या है, उसका सम्पूर्ण वर्णन यहां अभिप्रेत नहिं। परन्तु इसविद्याका जितना अंश निर्माण विद्या का उपयोगी और आवश्यक है वह यहां संकलित होता है॥

(१) Mensuration (२) Surveying
(३) Drawing (४) Mechanics &c. (५) Natural Philosophy
(६) Estimating (७) Accounts (८) Mechanics
(९) Statics

७। पार्थिव योगके दो प्रधान विभाग हैं। एकका नाम स्थिति तत्त्व, दूसरे का नाम गति तत्त्व[1]। स्थिति तत्त्व मे इस विषय का निर्णय है कि किसी वस्तु का, अथवा वस्तु के अङ्ग वा वस्तुओं की समष्टि का दबाव वा बोझ कहां पड़ेगा और कितना पड़ेगा। अतएव इसीसे निर्मित वस्तुओं के बल की भी गणना होती है॥

८। कोई वस्तु अपनी अवस्था का, चाहे वह स्थिर हो चाहे गति विशिष्ट, स्वतः परिवर्त्तन नहि कर सकता। वस्तुओं की गति की, चाहे वह गति कैसीहि क्यों न हो, उत्पत्ति, परिवर्त्तन वा नाश किसी बाह्यिक कारण सेहि होता है। जड़ वस्तुके इस गुण को जड़ता वा *Inertia* कहते हैं। और बाह्यिक कारण को जिस से उसकी अवस्था मे विकार उत्पन्न होकर गति वा गति का नाश हो उसे शक्ति[2] कहते हैं। परन्तु इससे यह न समझना चाहिये कि शक्ति के योग होनेसेहि वस्तु मे गति उत्पन्न होती है, क्योंकि विरुद्ध शक्तिके द्वारा गतिका नाश सम्भव है; अर्थात् एक शक्ति जब एक दिशा मे कार्य्य कर रही हो और दूसरी शक्ति उसके विरुद्ध दिशा मे, और वह दोनो शक्ति तुल्य हों तो वस्तु मे कुछ भी गति नहि होगी, क्योंकि एक शक्तिसे गति की उत्पत्ति और दूसरी से नाश होनेसे वस्तु अपनी

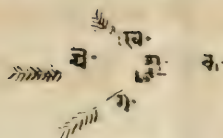
(1) Dynamics (2) Force

मध्यमावस्था अर्थात् स्थितिभेद रहेगा। जब एक शक्तिका कार्य्य दूसरी शक्तियों के समवेत कार्यों के तुल्य और विरुद्ध होकर निरुद्ध होजाता है तब उन शक्तियों को दबाव(1) कहते हैं, और उनकी अवस्था को साम्यावस्था(2) कहते हैं।

दबाव का संयोग(3) विभाग(4)

१। दबावों को कागज़ पर रेखाओं के द्वारा दिखलाने की रीति है। रेखा की दिशा वही होती है जो दबाव की दिशा हो, और रेखा की लम्बाई से दबाव का परिमाण निर्दिष्ट होता है॥ जैसे निम्न लिखित चित्र मे दो रेखाओं मे दो दबाव दिखलाये जाते हैं, जिनकी दिशा परस्पर समकोण(5) मे हैं। यदि इञ्च के दशमांश को १ सेर का बोझ या दबाव समझें तो इनमेसे एक रेखा के द्वारा ६ सेर का दबाव, दूसरी के द्वारा ५ सेर का दबाव निर्दिष्ट होता है। शर-फलक (तीरकीनोक) द्वारा दबाव की दिशा निरूपित होती है।

(चित्र १)

(1) Pressure (2) Equilibrium (3) Composition
(4) Resolution (5) Right angle

(चित्र २)

१०। चित्र २ मे मानो कि अ॰ एक वस्तु है जिस पर तीन दबावों का कार्य्य होताहै; इन दबावों की दिशा और परिमाण क॰ ख॰ ग॰ चिन्हित तीन शर से निर्दिष्ट होते हैं; ये दबाव इसरीति से सम्बद्ध हैं कि उन्के संयुक्त कार्य्य से अ॰ वस्तु साम्यावस्था मे है, अर्थात् वह किसी ओर हिलने वाली नहि। अब कल्पना करो कि ख॰ ग॰ शक्ति यदि एक वारहि हटाली जावे और एक नई शक्ति घ॰ जो बिन्दुमय रेखा से दिखलाई गई है दबाव क॰ के ठीक विरुद्ध दिशा मे लगा दी जावे, और उस्का परिमाण भी क॰ के समान हो तो (८ वें व्याख्यान अनुसार) अ॰ वस्तु मे कोई गति नहि होगी, अतएव घ॰ शक्ति ख॰ ग॰ के समान हुई, क्योंकि ख॰ ग॰ मिलकर जैसे क॰ शक्ति को रोकती हैं, वैसेहि घ॰ उस्को रोकती है। कोई दबाव जो इस प्रकार से दो वा तदाधिक दबावों का, और उन्के समान, काम दे, वह उन दबावों का "फल"[1] कहलाता है। और फल की दिशा और परिमा-

[1] Resultant

ण निरूपण करने के क्रमको "शक्तियों का संयोग"[1] कहते हैं। और इसके विपरीत क्रमको, जिसमे दो वा अधिक दबाव ऐसे निकलें जिन्का संयुक्त कार्य्य किसी एक दबाव के तुल्य हो, "शक्तियों का विभाग"[2] कहते हैं॥

११। किसी दो दबावों का "फल" ऐसे एक समानान्तर चतुर्भुज के कर्ण से दिशा और परिमाण मे निर्दिष्ट होता है, कि जिसके दो पासके भुज दिशा और परिमाण मे उन दोनो दबावों के निर्देशक हों।* यथा

(चित्र ३)

* जो बीजगणित जानते हैं उन्के निमित्त निम्नलिखित ध्रुवा जिससे किसी दो दबाव के फल का परिमाण और दिशा निर्दिष्ट होते हैं उपकारी होगा। कल्पना करो कि $द_1$ और $द_2$ दो दबाव हैं, इनमे $द_1$ बड़ा है; और उन्की दिशाओं की दो रेखाओं से कोई कोण β बनता है, फ॰ उन्का फल है, और प कोई कोण है जो फल की दिशा की रेखा $द_1$ की दिशा की रेखा के साथ बनाती है। तब

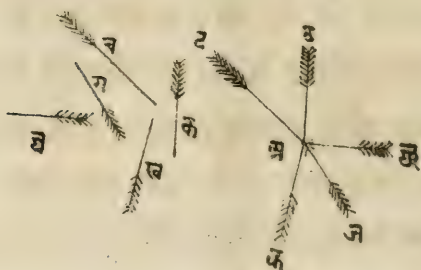
$$फ = \sqrt{द_1^2 + द_2^2 \pm द_1 द_2 \cdot को॰ज्या\, \beta},$$

$$स्पर्श\ प = \frac{द_2 \cdot ज्या\, \beta}{द_1 \pm द_2 \cdot को॰ज्या\, \beta};$$

इन ध्रुवों मे ऊपर का चिन्ह तब लेना चाहिये जब β ९० अंश से न्यून हो, और नीचे का चिन्ह जब यह ९० अंश से अधिक हो।

(1) *Composition of forces* (2) *Resolution of forces*

इन दोनोंका फल निकालो, फेर उस फल और चौथे दबाव का फल निकालो, इसी प्रकार जितने दबाव हों सब के फल निकालते जाओ, जो अन्त्य फल होगा वहि सारे दबावों का फल होगा॥

१६। जो कई दबाव, जिन्की दिशा सब एक क्षेत्र मे हैं, साम्यावस्था मे हों, और यदि वे दबाव अपने अपने स्थानों से हटाये जावें जिसे उन सबोंका कार्य्य एक बिन्दु पर होजाय पर उन्के नये स्थानकी दिशा पूर्व्व स्थान की दिशा के समानान्तर पर रहे, तो बिन्दु चाहे जहां हो वे दबाव नये स्थान पर भी साम्यावस्था मेहि रहेंगे, यथा

(चित्र ६)

चित्र ६ मे क ख ग घ च दबाव एक क्षेत्र पर, कार्य्य कर रहे हैं और साम्यावस्था मे हैं, कल्पना करो कि क० स्थान

अ० विन्दु पर ठअ की दिशामे अपने पहिले स्थान के समानान्तर पर लगाया जावे, ख० दबाव ऊअ की दिशामे, ग० दबाव जअ की दिशामे, घ० दबाव छअ की दिशामे, और च० दबाव टअ की दिशामे सब अपने पहिले स्थानों के समानान्तर पर लगाये जावें, तौ अ० विन्दु इन पांच दबावों के कार्य्य से साम्यावस्था मे रहेगा, अर्थात् किसी ओर को भी नहि हिलेगा॥

दबावों की मात्रा (१)

१७। जब एक दबाव का कर्म्म किसी विन्दु के सम्बन्ध मे (जो विन्दु उस दबाव के क्षेत्र मे हो पर उसकी दिशामे न हो) विवेचित होता है, तौ वह कर्म्म दबाव के परिमाण परहि निर्भर नहि करता, वरन्च विन्दुसे दबाव की दिशा के सीधे (२) अन्तर पर भी। सो दबाव के परिमाण को, उक्त सीधे अन्तर के साथ गुण करने से जो गुणन (३) फल निकलता है वह उस दबाव की मात्रा (४), जो विन्दु के सम्बन्ध से उत्पन्न होती है, कहलाती है। यथा,

(चित्र ७)

(१) Moments of pressures. (२) Perpendicular distances. (३) Product (४) Moment

चित्र ८ मे क॰ यदि दाब की दिशामे ९ सेर के दबाव का निर्देशक हो और ग, घ, ङ, बिन्दुओं के सम्बन्ध मे उसकी मात्रा के मापने की इच्छा हो, और यदि ग॰ बिन्दु से उक्त रेखा का कग सीधा अन्तर ५ के समान हो, घ॰ बिन्दु से उक्त रेखा का घव सीधा अन्तर ४ के समान, और ङ॰ बिन्दु से उक्त रेखा का जङ अन्तर ८ के समान हो, तो क॰ की मात्रा ग॰ के सम्बन्ध से ९×५=४५ होगी, घ॰ के सम्बन्ध से ९×४=३६ होगी, और ङ के सम्बन्ध से ९×८=७२ होगी॥

(८) जो साम्यावस्था प्राप्त करै दबावों की दिशा सब एक क्षेत्र मे हों, और उस क्षेत्रमे किसी निर्दिष्ट बिन्दु के सम्बन्ध मे उनकी मात्रा ली जावें, तो जो मात्रकि क्षेत्र को उस बिन्दु के चारों ओर एक दिशामे घुमाने की शक्ति रखते हैं, वे उन मात्राओं के समान होते हैं जो उसे तद्विरुद्ध दिशामे घुमाने की शक्ति रखते हैं। यथा,

(चित्र ८)

कल्पना करो कि चित्र ८ मे क ख ग घ ये चार दबाव साम्यावस्था मे हैं; अ० बिन्दु के सम्बन्ध से इन्की मात्रा लो। अब ख ग ये दोनों दबाव क्षेत्र को अ० बिन्दु के पार्श्व मे दाहिने से बायीं ओर लेजाने की शक्ति रखते हैं; और क घ दबाव उसी बिन्दु के पार्श्व मे उसे बायें से दाहिनी ओर लेजाने की शक्ति रखते हैं। जब ऐसा हो तो परीक्षा से विदित होगा कि ख ग दबावों की (अ० के सम्बन्ध से) मात्रा का जोड़, क ग दबावों का (उसी अ० के सम्बंध से) मात्रा के जोड़ के समान होगा; अतएव अ० बिन्दु के पार्श्व मे क्षेत्र को दो परस्पर विरुद्ध दिशा मे घुमाने की शक्तियें परस्पर तुल्य होती हैं॥

१९। यदि कई दबाव साम्यावस्था मे हों और उन सबों की दिशा एक क्षेत्र मे हो, और उनमे से प्रत्येक को दो और दबावों मे विभक्त करें जिन्की दिशा दो निर्दिष्ट[1] परस्पर समकोण रेखाओं के (जो उसी क्षेत्र मे हों) समानान्तर पर हों; तब उन निर्दिष्ट रेखाओं मे से किसी के ऊपर जितने दबाव एक दिशा मे क्षेत्र को प्रेरण करते हैं उन्की समष्टि उन दबावों की समष्टि के तुल्य होगी जो उसी रेखा पर सर्व्व दबावों के

[1] Given

विरुद्ध दिशा मे तेत्र को प्रेरण करते हैं॥ यथा
(चित्र ९)

* इस नियम मे एक तेत्रस्थ अनेक दबावों के फल का परिमाण और दिशा निकालने का एक बड़ा सीधा ध्रुवा निकलता है। यथा; चित्र ९ मे दबाव अक, खग, अच को द१, द२, द३, से यदि निर्देश करें, और वे तण (निर्दिष्ट रेखा) के साथ जो (अकऊ, खगट, छचट) कोण बनाते हैं उन्हें β_1, β_2, और β_3 से निर्देश करें; तो त्रिकोणमिति के अनुसार स्पष्ट है कि ऊक, गट और चट रेखा उन कोणों की कोज्या(१) गुणित द१, द२, द३, हैं, और अऊ, खट, छट रेखा उन कोणों की ज्या(२) गुणित उक्त दबाव हैं। तो फल को यदि हम फल और तण (रेखा) के साथ उसके कोण को ψ से निर्देश करें तो

$$\text{फ}\cdot\ \text{को}\cdot\text{ज्या}\ \psi = \text{द}_1\cdot \text{कोज्या}\ \beta_1 + \text{द}_2\cdot \text{कोज्या}\ \beta_2 + \text{द}_3\cdot \text{कोज्या}\ \beta_3$$

$$\text{फ}\cdot\ \text{ज्या}\ \psi = \text{द}_1\cdot \text{ज्या}\ \beta_1 + \text{द}_2\cdot \text{ज्या}\ \beta_2 + \text{द}_3\cdot \text{ज्या}\ \beta_3$$

इनसे ये ध्रुवे निकलते हैं

$$\text{फ} = \sqrt{\left\{(\text{द}_1\cdot \text{कोज्या}\ \beta_1 + \text{द}_2\cdot \text{कोज्या}\ \beta_2 \cdots + \text{द}_न\cdot \text{कोज्या}\ \beta_न)^2 + (\text{द}_1\cdot \text{ज्या}\ \beta_1 + \text{द}_2\cdot \text{ज्या}\ \beta_2 \cdots \text{द}_न\cdot \text{ज्या}\ \beta_न)^2\right\}}$$

$$\overset{(3)}{\text{स्प}}\ \psi = \frac{\text{द}_1\cdot \text{ज्या}\ \beta_1 + \text{द}_2\cdot \text{ज्या}\ \beta_2 \cdots\cdots \text{द}_न\ \text{ज्या}\ \beta_न}{\text{द}_1\ \text{कोज्या}\ \beta_1 + \text{द}_2\ \text{कोज्या}\ \beta_2 \cdots\cdots \text{द}_न\ \text{कोज्या}\ \beta_न};$$

इन ध्रुवों मे धन(४) ऋण(५) राशि दबावों के दिशा के अनुसार लेनी होंगी॥

(१) Cosine (२) Sine (३) Tangent
(४) Positive (५) Negative

कल्पनाकरो कि चित्र ६ मे अक, खग, घच, छज चार निर्दिष्ट दबाव साम्यावस्था मे हैं, और ढण, तण दो निर्दिष्ट रेखा परस्पर समकोण हैं और उक्त दबावों के क्षेत्र मे हैं; अब अक को अऊ और ऊक दो दबावों मे जो ढण, तण रेखाओं के समानान्तर पर हों विभक्त करो (विभक्त करने का प्रकार यह है कि अ और क से दो रेखा ढण तण के समानान्तर पर खेंचों जो ऊ पर जा मिलेंगी); इसी प्रकार से खग को गट और टख दबावों मे, घच को घठ, ठच, दबावों मे, और छज को छड, जड दबावों मे विभक्त करो। तब ढण रेखा पर ऊपर की ओर क्षेत्र को लेजाने वाले दबाव टख, घठ और उछ हैं और उसी रेखा पर नीचे की ओर लेजाने वाला दबाव अऊ है, मापा जावे तो पूर्वोक्त तीनों दबावों की समष्टि शेषोक्त के तुल्य निकलेगी; फेर तण रेखा पर दहनी ओर क्षेत्र को लेजाने वाले दबाव ऊक, गट, और ठच हैं, और बायीं ओर लेजाने वाला दबाव जड़ है जो मापने से पूर्वोक्त तीनों दबावों की समष्टि के तुल्य निकलेगा॥

समानान्तर दबाव

२०। यदि कई दबावों की दिशा परस्पर समानान्तर हो, तब उन्के फल की दिशा भी उन्के समानान्तर होगी; और यदि वे सब एक दिशा मेंहि कार्य्य करें तो उन्के फल का परिमाण उन्के परिमाणों की समष्टि के तुल्य होगा; पर कुछ उनमें से यदि एक दिशा में कार्य्य करें और कुछ तद्विरुद्ध दिशा में तो उन्के फल का परिमाण, एक दिशा के दबावों की समष्टि से दूसरी दिशा के दबावों की समष्टि के अन्तर, के तुल्य होगा॥ कई समान्तर दबाव एक निर्दिष्ट विन्दु के पास साम्यावस्था में कहलाते हैं यदि ऐसे एक क्षेत्र के जिसमें वह विन्दु हो सब एक ओर लगाये जावें और उन्के परिमाण के तुल्य एक और दबाव उस विन्दु से उन्के विरुद्ध दिशा में लगाये जाने से वह क्षेत्र नहिले। इसीसे यह भी स्पष्ट है कि कई समानान्तर दबाव उस विन्दु के पास तहि साम्यावस्था में होसकते हैं जो उन्के फल की दिशा में हो।

यथा (चित्र १०)

कल्पनाकरो कि अक, जख, झग, टद्य और ठच पांच समानान्तर दबाव हैं जो कणतय क्षेत्र पर एक दिशा मे हि कार्य्य कर रहे हैं। मानो कि वे अ बिन्दु पर साम्यावस्था में हैं, अर्थात् अ बिन्दु वह है जहां एक और यथोचित परिमाण का दबाव पूर्व्व दबावों के विरुद्ध दिशामे, अर्थात् क्षेत्र के नीचे, लगाय जाने से वह क्षेत्र स्थिर रहे; तो परिमाण मे उक्त पांचों दबावों की समष्टि के तुल्य और दिशामे उन्के समानान्तर एक दबाव उअ, अ बिन्दु पर उन्का फल होगा॥

गुरुत्व केन्द्र(१)

२१। विविध वस्तुओं के समूह(२) का गुरुत्व केन्द्र निर्धारण करने के निमित्त समानान्तर दबावों का नियम बहुधा काम मे आता है। क्योंकि प्रत्येक वस्तु का बोझ एक एक दबाव समझा जाता है जो उस वस्तु के गुरुत्व केन्द्र द्वारा अन्य के समानान्तर दिशामे कार्य्य करता है (वस्तुतः बोझ के सारे दबाव पृथिवी के गुरुत्व केन्द्र की दिशामे कार्य्य करते हैं, परन्तु व्यवहार मे वे परस्पर समानान्तर समझे जासकते हैं; क्योंकि वे प्राय समानान्तर हि होते हैं); और वस्तुओं के समूह का गुरुत्व केन्द्र उन्के दबावों के फल मे होता है

(१) Centre of Gravity
(२) Complex system of bodies

१३। कई समानान्तर दबावों के फल की मात्रा, जो उन दबावों की दिशा के समानान्तर किसी निर्दिष्ट क्षेत्र से मापी जावे, उन सारे दबावों की मात्राओं की, जो उसी क्षेत्र से मापी गई हों, समष्टि के समान होती हैं।* सो किसी वस्तुओं के समूह का गुरुत्व केन्द्र निर्धारण करने के निमित्त, यदि हम उन वस्तुओं की मात्राओं को तीन पृथक् क्षेत्रों से, जो परस्पर समकोण में हों, मापें, तो इस रीति से जो तीन फल निकलेंगे उनका समच्छेद (1) विन्दु उन वस्तुओं के समूह का गुरुत्व केन्द्र होगा। उदाहरण यथा,

(चित्र ११)

* यदि $द_1$, $द_2$, $द_3$, इत्यादि समानान्तर दबाव हों और $अ_1$, $अ_2$, $अ_3$, इत्यादि किसी निर्दिष्ट समानान्तर क्षेत्र से उनके अन्तर हों, तथा फ उनका फल हो, और अ उसी क्षेत्र से इसका अन्तर हो, तो यह और पूर्वोक्त नियम बीजगणित की रीति से इस प्रकार लिखे जाते हैं।

$$फ = द_1 + द_2 \cdots + द_न$$

$$अ = \frac{द_1 अ_1 + द_2 अ_2 \cdots + द_न अ_न}{द_1 + द_2 \cdots + द_न}$$

(1) *Point of intersection*

कल्पना करो कि चित्र ११ में अ, क, ख, ग चार वस्तु हैं जि-
नका साधारण गुरुत्व केन्द्र निर्धारण करना है। मान
लो कि तीन क्षेत्र डङचछ, ठजझढ, चछझञ पर-
स्पर समकोण में हैं, और उक्त वस्तुओं का बोझ, प्रत्ये-
क क्षेत्र से उनका अन्तर, और उनका गुणन फल अर्थात
मात्रा निम्नलिखित प्रकोष्ठ(१) के अनुसार है

	बोझ सेर	डङ-चछ क्षेत्र से अन्तर	मात्रा	ठजझढ क्षेत्र से अन्तर	मात्रा	चछझञ क्षेत्र से अन्तर	मात्रा
अ	८	टअ = १३	१०४	ठअ = ९	७२	मअ = ४४	३५२
क	६	डक = ८	४८	ढक = १८	१०८	मक = ३५	२१०
ख	४	णख = १३	५२	लख = ५	२०	यख = १३	५२
ग	२	घग = २१	४२	दग = २५	५०	वग = १२	२४
	२०		२४६		२५०		६३८

इस प्रकोष्ठ से स्पष्ट होता है कि सब वस्तुओं की मात्रा-
ओं की, जो डङचछ से मापी गई हैं, समष्टि २४६ है;
जो ठजझढ से मापी गई हैं, उनकी समष्टि २५० है; औ-
र जो चछझञ से मापी गई हैं उनकी समष्टि ६३८ है;
अब जो कि उक्त दशाओं के फल की प्रत्येक क्षेत्र से मा-
पित मात्रा उक्त समष्टियों के समान हैं और फल का

(१) *Table*

परिमाण बोझ की समष्टि के समान, अर्थात् २० है, सो उक्त समष्टिओं को यदि हम २० से भाग दें, तो फल अर्थात् सब वस्तुओं के साधारण गुरुत्व केन्द्र का प्रत्येक क्षेत्र से अन्तर हमको प्राप्त होगा। यथा $\frac{२५६}{२०}$ = १२·८ चारों वस्तु अ, क, ख, ग के गुरुत्व केन्द्र का अउ चक्र क्षेत्र से अन्तर नथ है; $\frac{२५०}{२०}$ = १२·५ उसका अतकक्ष क्षेत्रसे अन्तर थप है; और $\frac{६३८}{२०}$ = ३१·९ उसका चक्षकत क्षेत्र से अन्तर धफ है; इसरीति से साधारण गुरुत्व केन्द्र थ का स्थान निरूपित होगया॥

गतितत्व[1]

सम[2] और विषम[3] गति के नियम

२३। इस प्रकरण में हमने केवल स्थिर वस्तुओं पर दबावों के कार्य्य का वर्णन किया, और यह भी दिखलाया कि पृथक् २ दिशा के अनेक दबावों का फल क्योंकर निकाला जाता है, अर्थात् ऐसे एक दबाव की दिशा और परिमाण क्या है जो विविध दिशा और परिमाण के अनेक दबावों का स्थानापन्न होसके। अब हमें उन शक्तिओं का कार्य्य निरूपण करना है जो वस्तुओं में गति की उत्पत्ति वा स्थिति के हेतु होते हैं।

२४। दबावों के विषय में जो सब नियम हमनेपहिले

(1) Dynamics. (2) Uniform. (3) Variable

लिखे हैं, वे सब गतिकारक शक्तियों के विषय मे भी यथावत् प्रयुक्त हो सकते हैं जो "दबाव" के स्थान मे शक्ति शब्द लगा दिया जावे।

२५। हम पहिले* कह चुके हैं कि स्थिर वस्तु स्थिर रहता है अर्थात् उसमे गति उत्पन्न नहि होती जब तक कि उस पर किसी बाह्य शक्ति का कार्य न हो, और इसीलिये जड़ वस्तु के इस गुण को जड़ता कहते हैं। परन्तु यदि किसी वस्तु का वेग अप्रतिहत हो अर्थात् सिवाय उसकी अपनी जड़ता के उसके वेग की विरोधी कोई शक्ति न हो, तो चाहे कितनी बड़ी वस्तु हो, एक थोड़ी सी भी शक्ति से, उसमे वेग उत्पन्न हो सकता है। यथा, एक चिकने गोले को यदि सम्पूर्ण चिकने और समतल मेज पर रक्खें और वायु और घर्षण(1) का विरोध कुछ भी न हो, तो लघुतम स्वल्प शक्ति से भी उस गोले मे कुछ गति आजायगी, और शक्ति के हटा लेने के पीछे भी वह गति अक्षीण बनी रहेगी अर्थात् उसमे कुछ न्यूनता न होगी और गोला उसी दिशा मे और उसी वेग(2) के साथ सदा घूमता रहेगा। वेगवान् वस्तु की गति का माप इस रीति से होता है कि एक निर्दिष्ट समय मे उसने कितना स्थान अतिक्रम किया, यह निर्दिष्ट समय प्रायिमात्र विज्ञान एक सेकेण्ड अर्थात् ३॥ विपल

* २० वां परिच्छेद देखो (1) Friction
(2) Velocity

लेते हैं, अर्थात् एक सेकेण्ड मे जितने फ़ुट कोई वस्तु जावे वह उसकी गतिका न्यूनतम (१) माप है। और एक निर्दिष्ट समय मे कोई शक्ति किसी वस्तु मे जितनी गति उत्पन्न करती है वह गति उसी क्रमसे घटती वा बढ़ती है जिस क्रम से कि उस वस्तु का परिमाण बढ़ता वा घटता है, अर्थात् उन दोनों मे परस्पर व्यस्त (२) अनुपात का सम्बन्ध है; यथा, दो वस्तुमे यदि एक सी शक्ति प्रयुक्त हो और एक वस्तु का बोझ दूसरे के बोझसे दुगना हो तो हलकी वस्तु की गति भारी वस्तुकी गतिसे दुगनी होगी। गतितत्वका यह एक (३) मूल नियम है इसलिये इसके समझाने के लिये दो एक साधारण दृष्टान्त दिखलाए जाते हैं; जो दो नाव हों, एक बहुत बड़ी दूसरी की अपेक्षा, और एक मे रस्सी बांधकर दूसरी परसे खैंचें, और जल वायु का विरोध न हो तो एक नाव की गति दूसरी की ओर इतने गुणा अल्प होगी जितने गुणा वह दूसरी से बड़ी है; और दूसरी की गति इतने गुणा अधिक होगी जितने गुणा वह छोटी है; अथवा कल्पना करो कि दो वस्तु एक अनमनीय शलाका के द्वारा जिसमे अपना कुछ बोझ नहि संयुक्त हैं, और एक वस्तु का बोझ दूसरे के बोझसे चौगुणा है, अब कोई बाह्य शक्ति

(1) Unit of measure (2) Inverse proportion
(3) Fundamental proportion

यदि इन दोनों वस्तुओं को एक दूसरे की चारों ओर गति घूर्णित करावे, तो परीक्षा से दृष्ट होगा कि हल-की वस्तु का वृत्त[1] भारी वस्तु के वृत्त से चौगुणा होगा। यह स्मरण रखना चाहिये कि वस्तु के बोझके अनुसा-र गति की न्यूनता अधिकता होती है, उसके मापके अ-नुसार नहिं, क्योंकि वस्तु मे परमाणुओं की जितनी अधिकता और सङ्कीर्णता होती है उतनीहि उसे ग-ति प्रदान के निमित्त अधिक शक्ति की आवश्यकता होती है॥

२९। यदि कोई शक्ति एक वस्तु पर क्षणमात्र कार्य्य करके निवृत्त होजावे तो उसका कार्य्य अर्थात् वेग जो वस्तु को प्राप्त हुआ है (और कोई उसका बाधक न होने से) सर्व्वदा समान रहेगा, अतएव इस प्रकार वेग को समवेग[2] कहते हैं, और एक सेकेण्ड (अर्थात् ४॥ विपल) मे वस्तु जितना स्थान अतिक्रम करे वह उसके वेग का माप होता है॥

३०। परन्तु प्रथम क्षण के पीछे भी यदि वह शक्ति अपना कार्य्य करती चली जावे तो वस्तु का वेग बरा-बर बढ़ता चला जावेगा और प्रतिसेकेण्ड मे अधिक होगा, यदि शक्ति का परिमाण समान रहे तो प्रतिसे-कण्ड मे जो वेग की अधिकता होगी वह समान होगी,

(1) Circle (2) Uniform Velocity

यथा, प्रथम सेकेण्ड मे यदि १ फ़ुट का वेग हो और दूसरे सेकेण्ड मे ३ फ़ुट का, तो (शक्ति का कार्य्य समान होने से) तीसरे सेकेण्ड मे ५ फ़ुट का वेग होगा और चौथे सेकेण्ड मे ७ फ़ुट का, इसी प्रकार प्रति सेकेण्ड मे २ फ़ुट वेग अधिक होता जायगा। इसी रीति पर जो वेग समान क्रम से बढ़ता चला जावे उसे सम-वर्द्धमान(1) वेग कहते हैं॥

२८। यदि शक्ति समान न रहे, अथवा वस्तु के वेग की वृद्धि किसी अन्य नियम से हो, तो उस प्रकार वेग को विषम-(2) वर्द्धमान वेग कहते हैं॥

२९। इसी प्रकार, किसी वस्तु पर एक शक्ति का क्षणिक कार्य्य होकर यदि अन्य शक्ति उस कार्य्य के विरुद्ध समान रूप से कार्य्य करे तो उस वस्तु का वेग क्रमशः घटता जायगा, और उस घटने का क्रम उसी प्रकार होगा जैसा कि बढ़ने का क्रम ऊपर वर्णन किया गया, अर्थात् प्रति सेकेण्ड मे क्षय समान होगा; जो वेग इस प्रकार समान रूप से क्षय होता जावे उसे सम-(3) क्षीयमाण वेग कहते हैं॥

३०। पर विरोधी शक्ति का कार्य्य यदि समान न हो, तो वस्तु के वेग का क्षय किसी अन्य नियम से होगा, और उस प्रकार वेग को विषम-(4) क्षीयमाण वेग कहते हैं॥

(1) Uniform accelerated Velocity

(2) Variably accelerated Velocity

(3) Uniformly retarded Velocity

4 Variably retarded Velocity

३१। जिस वस्तु की गति परिवर्त्तन शील है उस्का वेग किसी क्षण मे उस स्थान से निरूपित होगा जोकि एक सेकेण्ड मे वह अतिक्रम करता यदि उस्का वेग अन्ते काल वैसाही रहता जैसाकि उस निर्दिष्ट क्षण मे॥

केन्द्रों के समन्तात् वस्तुओंकीगति

३२। जब कोई वस्तु भ्रमण न करके सीधी चलती है जिससे उस्के प्रत्येक अवयव मे समान गतिहो, जैसे कि कोई वस्तु समतल पर फिसलती चली जाय तो उस्की उस गति को अपसारिणी(१) गति कहते हैं॥

३३। परन्तु यदि कोई अवयव उस्का स्थिर हो जबकि और अवयव उस्के वेग मे हों, तो वह वस्तु स्थिर अवयव के समन्तात् भ्रमण करेगी अतएव उस्की इस गति को आवर्त्तिनी(२) गति कहते हैं; और उस वस्तु के किसी अवयव की निर्दिष्ट समय मे (यथा १ सेकेण्ड मे), चापरूप गति की लम्बाई को अर्द्ध(३)-गति कहते हैं॥

३४। ऐसा होसकता है कि किसी वस्तु मे कुछ तो अस्व-गति हो और कुछ अपसारिणी गति जैसे रैफल नामक बन्दूक से जो गोली छूटती है उसमे दोनों प्रकार की गति होती हैं, क्योंकि उस्की नली मे पेचदार

(१) Motion of translation
(२) Rotatory Motion. (३) Arc
Angular Velocity

फिरती (स्थिर) होतीहै, उसीहेतु उसमेसे निकलकर गोली मे भी एक तो आवर्तिनी और दूसरी आगे जानेकी स्वाभाविक गति होतीहै, इसका दृष्टान्त इस प्रकार दोहरी गतिका वाष्पीय यान (स्टीमबोट) के पहिये हैं जोकि धूआंकश-नावके साथ आगेभी बढ़ते जाते हैं और अपने धुरे पर भी घूमते हैं॥

२५। स्थिर वस्तु पर जब किसी वेग कारक शक्ति का कार्य्य उस वस्तुके गुरुत्व केन्द्रमे से हो तो उसमे अपसारिणी गति उत्पन्न होगी, क्योंकि उसमे इधर उधर जानेकी योग्यता नहि; पर यदि शक्तिका कार्य्य गुरुत्व केन्द्रके किसी एक पार्श्वमे होकर हो, तो उस वस्तुमे कुछ तो आवर्तिनी गति होगी और कुछ अपसारिणीगति, और वे दोनों गति इस प्रसिद्ध नियम के अनुसार होंगी, आवर्तिनी गति तो ऐसी होगी जैसीकि उस वस्तु के, एक धुरे पर, जो उसके गुरुत्व केन्द्र मेसे होकर जावे, जड़े हुए होनेसे हो जिससे अपसारिणीगति कुछ नहोसके, और अपसारिणीगति ऐसी होगी जैसी कि शक्तिके गुरुत्वकेन्द्रमेसे कार्य्यकरनेसे हो जिससे आवर्तिनीगति कुछ न होसके॥ यथा चित्र १६ मे कख आयताकार(1) वस्तुके आ॰ बिन्दु पर यदि एक गतिकारिणी(2) शक्तिका इसप्रकार आघातहो

(1) Rectangular (2) Impulsive

(चित्र १३)

कि जो वह गुरुत्वकेन्द्र ग० पर होता तो वह वस्तु एक निर्दिष्ट समय मे अपसारिणी गति से गत्र स्थान पर पहुंचती अथवा जो वह आघात आ० बिन्दु पर होता और वस्तु को एक स्थिर धुरे पर, जो उसके गुरुत्वकेन्द्र ग० मे लगा होता, घूमना पड़ता तो उसी समय मे उसे आस्तिक स्थान चक्र पर ठहरना पड़ता; तो वह काठ वस्तु चक्र के समान्तर जञ स्थान पर ठहरेगी, जहां उसे गुरुत्वकेन्द्र को उतनाहि चलना पड़ा जितना कि पहिले अनुमान पर चलना पड़ता, और वह वस्तु स्वयं अपने गुरुत्वकेन्द्र पर उतने कोण पराहि घूमी जितनी कि वह दूसरे अनुमान पर घूमती। आ० बिन्दु जिस पर आघात लगा वस्तु के चाहे किसी अंशमेहो, उसके गुरुत्वकेन्द्र की गति समानहि रहेगी; परन्तु उसी

अस्ल-गति आ० विन्दु से गुरुत्वकेन्द्र की (जिसके समन्तात् सर्व्वदा और सारी अवस्थाओंमे वह घूमेगी) इतना पर निर्भर करेगी। सो यदि शक्ति वस्तु के एक सिरे ख पर कार्य्य करे, तो दोनों सिरे क ख के प्रान्त विन्दु की अस्ल-गति गुरुत्वकेन्द्र की गति से अधिक होगी; और जो कि क सिरा गुरुत्वकेन्द्र की विरुद्ध दिशामे घूमने वाला है, प्रथमतः यह जिस ओर आघात लगा है उधर अस्ल-गति और गुरुत्वकेन्द्र की गति के अन्तर के समान गतिसे घूमेगा। पर ज्यों ज्यों गु० के निकट होते जांय त्यों त्यों अस्ल-गति जो न्यून होती जाती है, सो क० और गु० के बीच एक विन्दु (यथा स्व०) ऐसा होगा जहां कि यह (अस्लगति) गुरुत्वकेन्द्र की गति के समान होगी, वह विन्दु इसलिये स्थिर रहेगा जब कि वस्तु पहिले घूमने लगेगी; क्योंकि क स्व अंश शक्ति की ओर घूमेगा और स्व ख अंश उधर से हटेगा। इस स्व० विन्दु को स्वयमावर्त्तन[1] केन्द्र कहते हैं, और इसका लक्षण यह है कि वस्तु मे आघात लगने से जो विन्दु सब के पीछे चले अथवा आघात लगनेसे जिसके समन्तात् वस्तु झटिति घूमने लगती है वह स्वयमावर्त्तन केन्द्र है। और आ० विन्दु जहां पर कि उस वस्तुमे आघात लगता है आघातकेन्द्र[2] कहलाता है॥

(1) Centre of spontaneous rotation
(2) Centre of percussion

३६। गुरुत्वकेन्द्र से स्व·विन्दु की दूरी पूर्वोक्त से आ·विन्दु की दूरी पर निर्भर करती है, क्योंकि प्रथमोक्त दूरी ज्यों२ बढ़ती है शेषोक्त दूरी त्यों२ घटती जाती है। जब आ·विन्दु वस्तु के सिरे ख पर पहुंचता है तब स्व·गु· दूरी कख लम्बाई का षष्ठम अंश होता है, फेर ज्यों२ आ·विन्दु गु· के निकट आता जाता है त्यों२ स्व·विन्दु उससे दूर होता जाता है, जब आ·गु· कख लम्बाई का षष्ठम अंश रह जाता है, तब स्व·विन्दु क सिरे से जा मिलता है; और आ·विन्दु यदि गु· से और भी निकट हो, तो स्वयमावर्तन केन्द्र वस्तु के क सिरे से बाहर किसी स्थान में होता है, और आ· जब गु· के निकटवर्ती होता जाता है, तो गु·से स्व·की दूरी बहुत बढ़ती जाती है जब आ·गु·से जा मिलती है तब स्व·गु·अनन्त होजाता है, अर्थात्, जैसे पहिले कहागया उस वस्तु में आवर्तिनी गति नहीं रहती।

३७। स्वयमावर्तन केन्द्र और आघात केन्द्र परस्पर स्थानव्यतिहारी हैं; अर्थात् आ·विन्दु पर आघात लगने के समय स्व·विन्दु यदि स्वयमावर्तन केन्द्र हो तो स्व·पर आघात लगने से आ·स्वयमावर्तन केन्द्र होजायगा॥

३८। उस वस्तु को यदि स्व·अथवा आ·विन्दु पर

लटका दें जिससे वह घड़ी की लटकन(१) की न्याईं आन्दोलन करे, तो उसका आन्दोलन उतने समयमेंहि होगा जितने में, उस वस्तुका सारा बोझ इसरे बिन्दु आ·(वा) स·में एकत्र होनेसे, होना चाहिये; अर्थात् किसी वस्तुके लयमावर्तन केन्द्रोको यदि उसका आलम्बन(२) केन्द्र बनाया जाय तो उसका आघातकेन्द्र उसका आन्दोलन(३) केन्द्र होजायगा॥

३९। घूर्णायमान वस्तुमें आघातकेन्द्र वह बिन्दु है जिसमें अन्य किसी वस्तुका आघात होनेसे उसपर सबसे अधिक कार्य्य होता है, तब घूर्णायमान वस्तु की सारी गति कारिणी शक्ति विरोधी वस्तु में आजाती है॥

४०। स्थिर धुरे पर घूमने वाली वस्तु के किसी परमाणु वा अवयव की शक्ति धुरे से उसकी दूरी के साथ अनुपात(४) संबंध रखती है, और दूरी के वर्ग गुणित (उस परमाणु वा अवयव के) बोझ के तुल्य होती है। इसलिये वस्तु की सारी गति कारिणी शक्ति, उसके प्रत्येक परमाणु के गुरुत्व को, गत्यंतसे(५) उसकी दूरता, के वर्गसे गुणन करने से जो फल होता है उनकी समष्टि के समान है, और इस समष्टि को उस वस्तु के तदन्त की समन्तात् "जड़ता(६) की मात्रा" कहते हैं।

४१। "जड़ताकी मात्रा" को यदि वस्तु के सारे बोझसे भाग दें, तो लब्धि, अन्तसे वह दूरी है जिसपर वस्तुका सारा बोझ एकत्र हो जानेसे उसमें यदि गति कारिणी शक्ति हो जैसी

(१) Pendulum (२) Centre of suspension
(३) Centre of oscillation. (४) Proportional
(५) Axis of motion (६) Moment of Inertia

कि, पहिले थी, इस दूरी को उस वस्तु की "भ्रमण-त्रिज्या" (१) कहते हैं।

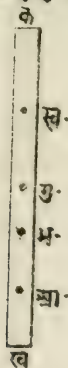
४२। अधोलिखित कोष्ठ में कई प्रकार वस्तुओं के "जड़ता की मात्रा" और "भ्रमण-त्रिज्या" लिखी है।

वस्तुओं का और उनके भ्रमण का प्रकार	जड़ता की मात्रा	भ्रमण-त्रिज्या $=\sqrt{\frac{\text{जड़ता की मात्रा}}{\text{वस्तु का बोझ}}}$
एक पतली छड़ी, जो अपने एक सिरे पर भ्रमण करे; ल = उसकी लम्बाई, और त = क्षेत्रफल	$त \frac{ल^{३}}{३}$	·५७७३५ ल
[Rectangular Parallelopiped] एक घन आयत, जो ऐसे एक धुरे के समन्तात भ्रमण करे जो आयत की एक धार के समानान्तर गुरुत्व केन्द्र में से होकर जावे; वह धार = ध, और दो धार = क और ग	$\frac{धकग(क^{२}+ग^{२})}{१२}$	·२८८६७ $\sqrt{(क^{२}+ग^{२})}$
एक गोल डण्डा जो अपने धुरे पर भ्रमण करे; उ = ऊंचाई, और त्रि = त्रिज्या	१·५७०८ उ $त्रि^{४}$	·७०७११ त्रि
एक गोल डण्डा जो अपने अक्ष [Axis] के लम्ब स्वरूप धुरे पर जो उसके गुरुत्व केन्द्र में से होकर जावे भ्रमण करे	·७८५४ उ $त्रि^{२}(त्रि^{२}+\frac{१}{३}उ^{२})$	$\frac{\sqrt{(त्रि^{२}+\frac{१}{३}उ^{२})}}{२}$
एक पोली नली जो अपने धुरे पर भ्रमण करे, उ = ऊंचाई, त्रि = मध्यम त्रिज्या [Mean radius], और म = मोटाई	६·२८३ उ त्रि म $(त्रि^{२}+\frac{म^{२}}{४})$	$\sqrt{त्रि^{२}+\frac{म^{२}}{४}}$
एक शङ्कु [Cone], जो अपने धुरे पर भ्रमण करे; उ = ऊंचाई, और त्रि = आधार [base] वृत्त की त्रिज्या	·३१४१६ उ $त्रि^{४}$	·५४७७ त्रि
एक गोला, जो किसी व्यास के समन्तात भ्रमण करे; त्रि = त्रिज्या	१·६७५५ $त्रि^{५}$	·६३२४६ त्रि

(१) Radius of Gyration

४३। किसी वस्तु की जड़ता की मात्रा उस अक्ष के समन्ता-
त् जो उसके गुरुत्वकेन्द्र में से होकर जावे यदि विदित
हो, तो उस अक्ष के समानान्तर अन्य किसी अक्ष के सम-
न्तात् उसकी जड़ता की मात्रा उस राशि के समान होगी
जो वस्तु के बोझ को दोनों अक्षों के अन्तर से गुणा करके,
गुरुत्वकेन्द्रगत अक्ष के समन्तात् जड़ता की मात्रा में जो-
ड़ देने से होती है।

४४। चित्र १३ में क ख आयत का स० यदि स्वयमावर्त्त-
न केन्द्र हो गु० = गुरुत्वकेन्द्र, भ० = भ्रमण[1] केन्द्र, और
आ० = आघातकेन्द्र हो, तो स० गु० : स० भ० :: स० भ० :
स० आ०, अर्थात् स्वयमावर्त्तन केन्द्र से भ्रमण केन्द्र का
अन्तर, स्वयमावर्त्तन केन्द्र से गुरुत्वकेन्द्र और स्वयमा-
वर्त्तन केन्द्र से आघात केन्द्र के अन्तरों के बीच मध्ये[2] स-
स्थी है।

(चित्र १३)

(1) *Centre of Gyration.* (2) *Mean Proportional*

४५। अधोलिखित प्रकोष्ठ मे, एक आयताकार पट्टी यथा क ख मे स० गु०, स० भ०, और स० आ० के अन्तर, जब कि स्वयमावर्तन केन्द्र उत्तरोत्तर आधी लम्बाई के गु० के प्रति दशमांश पर हो, लिखे गए हैं; और पट्टी की सारी लम्बाई २० के समान ली गई है। इस प्रकोष्ठ मे दृष्ट होगा कि ज्यों २ स्वयमावर्तन केन्द्र सिरे क से गुरुत्वकेन्द्र के निकटवर्ती होता जाता है त्यों २ आवर्तनकेन्द्र से उसका (स्वयमावर्तनकेन्द्र का) अन्तर घटता जाता है जब तक कि वह एक ऐसे बिन्दु पर पहुंचता है जिसे पार होकर वह अन्तर फिर बढ़ने लगता है और जब स० गु० मिल जाते हैं तब (वह अन्तर) अनन्त होजाता है, जब ऐसा होता है तब भ्रमणकेन्द्र, प्रधान भ्रमण[1] केन्द्र कहलाता है॥

पट्टी के क सिरे से स्वयमावर्तनकेन्द्र का अन्तर	स्वयमावर्तनकेन्द्र से गुरुत्वकेन्द्र का अन्तर	स्वयमावर्तनकेन्द्र से भ्रमणकेन्द्र का अन्तर	स्वयमावर्तनकेन्द्र से आवर्तनकेन्द्र का अन्तर
०	१०	११·५४७	१३·३३३
१	९	१०·६९३	१२·७०४
२	८	९·८६६	१२·१६७
३	७	९·०७४	११·७६२
४	६	८·३२७	११·५५५
५	५	७·६३८	११·६६७
६	४	७·०२४	१२·३३३
७	३	६·५०६	१४·१११
८	२	६·११०	१८·६६७
९	१	५·८५९	३४·३३३
१०	०	५·७७३	∞

(1) Principal Centre of Gyration

(१) (२)
बल और कर्म

४९। गतिकारक शक्ति का कर्म किसी बोझ से मापता है जो एक निर्दिष्ट अन्तर पर पहुंचाया जाय, जैसे १ सेर बोझ किसी शक्ति से १ हाथ के अन्तर पर पहुंचाया जाय तो उस शक्ति का न्यूनतम कर्म-(३) मान (एक गुणा एक अर्थात्) एक हुआ; यदि और कोई शक्ति एक सेर को दो हाथ के अन्तर पर पहुंचावे, अथवा २ सेर को १ हाथ के अन्तर पर पहुंचावे, तो उसके कर्म का मान (एक गुणा दो वा दो गुणा एक अर्थात्) दो हुआ।

५०। हम पहिले कह चुके हैं कि किसी वस्तु पर यदि एक गतिकारक शक्ति प्रयुक्त हो और कुछ निर्दिष्ट क्षण पर्य्यन्त बनी रहे तो उस वस्तु में एक वेग(४) आजायगा और उस वेग की अधिकता उसी सम्बन्ध से होगी जिस सम्बन्ध से कि उस शक्ति के प्रयोग काल की अधिकता हो। उस वस्तु में वेग उत्पन्न करने के निमित्त जितना कर्म हुआ है वह विनष्ट नहि हुआ, वान्‌ उसमें सञ्चित होगया, और यदि उसकी गति की विरोधी अन्य कोई शक्ति प्रयुक्त हो तो उसके विरोध के रोकने में वह कर्म व्यय होगा; और वह वस्तु स्थिर न होगी जबतक कि विरोध के रोकने में वह उतनाहि कर्म न करलेगी जितना कि वेग के

(१) Vis Viva (२) work (३) unit of work
(४) Velocity

प्राप्त होनेसे उसपर कर्म्म हुआथा। गति विशिष्ट वस्तु
मे जो इस प्रकार कर्म्म सञ्चित होताहै वह उसवस्तु
के "बल" का आधा होताहै और वेगके वर्गका अनु-
पात सम्बन्ध रखताहै*; अर्थात् दो वस्तु यदि समान बो-
झके हों, पर वेग एकका दूसरे से द्विगुण हो तो अल्प
वेग विशिष्ट वस्तुके स्थिर होनेमे जितना कर्म्म होगा
अधिक वेग विशिष्ट वस्तुके स्थिर होनेमे उसे चतु-
र्गुण कर्म्म होगा। पर विरोधी शक्ति का कार्य्य, जिसको-
कनेमे गति विशिष्ट वस्तुका बल व्यय होजाने वाला
हो, यदि समान हो, तो धीरे चलनेवाली वस्तुके स्थिर
करनेमे जितना समय लगेगा, उससे ठीक दूना समय
शीघ्रगामी वस्तुके स्थिर करनेमे लगेगा। अतएव य-
दि हम उन दोनों वस्तुओंके केवल कर्म्मको ग्रहणकरें
जो वे एक समयमे करसकते हों, तो वह केवल उन-
के वेगका अनुपाती(1) होगा। उल्लिखित वर्णनका संक्षेप
तात्पर्य्य यह है कि, गति विशिष्ट वस्तुकी शक्ति, अथवा
एक निर्दिष्ट समयमे वह जितना कर्म्म करती है वह
वेग तथा बोझ के अनुसार न्यूनाधिक होताहै, पर इसकी
सारी सञ्चित शक्ति, अथवा स्थिर होनेतक इसका सारा

* वस्तुका बोझ यदि बो॰ हो, ग उसका वेग हो (अर्थात् प्रति सेकेण्डमे जितने फुट वह चलती हो), ब उसका बल हो, और ग गुरुत्वका आकर्षण ३२ के तुल्य हो; तो (गति विशिष्ट) वस्तुके बल निर्धारणका यह सूत्र है,

ब = ½ बो॰ ग²

(1) Proportional

कभी चाहे उसे कितनाहि समय लगे (अर्थात उसका बाधा बल) उस राशि के अनुसार, जो वेगके वर्गको बोझ से गुणन करनेसे निष्पन्न होती है, न्यूनाधिक होता है। इसका एक दृष्टान्त यह है कि, कल्पना करो कि एक सीधी और समतल लोहे की सड़क पर गाड़ियों की पंक्ति चल रही है, और वेग उसका चाहे कितनाहि हो उसको चाल के प्रति विरोध समान हो। इस गाड़ियों की पंक्ति का वेग घण्टे मे १५ मैल हो, और अगले ष्टेशन* पर पहुंच कर ठेर जाने के निमित्त उसका चलाने वाला ष्टेशन से एक मैल रहते वाष्पको बन्द करदे और इस एक मैल का विरोध गाड़ीओं को ष्टेशन पर ८ मिनटमे ठेराने के योग्य हो। अब फेर कल्पना करो कि उन्ही गाड़ियों का वेग घण्टे मे ३० मील हो और उनको ष्टेशन पर पहुंच कर ठेराना हो, तो विरोध यदि पूर्ववत् होतो वाष्पको ष्टेशन के चार मैल रहते बन्द करना पड़ेगा, पर इस चार मैलके पहुंचने मे समय १२ मिनटका लगेगा। एक और दृष्टान्त यह है कि समान बोझ के दो गोले यदि ऊपर को छोड़े जांय, एक का वेग दूसरे के वेगसे दुगना हो, और कल्पना करो कि वायु का विरोध हटालिया जाय, केवल गुरुत्व का नियम

* ष्टेशन रेल गाड़ियों के अड्डे को कहते हैं, जहां पहुंच कर वे कुछ विश्राम करती हैं, और कियत् काल ठेर कर फेर वहां से चल देती हैं।

विरोध उनकी गति का बाधक हो, तो जो गोला दुगने वेग से छोड़ा गया वह दूसरे की अपेक्षा चौगुना चढेगा, पर काल केवल दुगना लगेगा॥

सम-वर्द्धमान-गति

४८। सम-शक्तियों से गति उत्पन्न होने वाली वस्तुओं के देश[1], काल और वेग के वे सम्बन्ध जो प्रायशः काम में आते हैं* निम्नलिखित नियमों से ज्ञात होंगे।

(क) किसी वस्तु में सम-शक्ति के कार्य्य से एक निर्दिष्ट समय में जो वेग उत्पन्न होता है, वह उस शक्ति के परिमाण के अनुसार न्यूनाधिक होता है, अर्थात् उससे अनुपात सम्बन्ध रखता है।

(ख) किसी वस्तु में सम-शक्ति के कार्य्य से एक निर्दिष्ट समय के अन्त में जो वेग उत्पन्न होता है, वह उस समय के अनुसार न्यूनाधिक होता है, अर्थात् उससे अनुपात सम्बन्ध रखता है।

* कोई वस्तु जो सम शक्ति "शा" से गति प्राप्त होती है उसके प्रति सेकेण्ड के वेग को [illegible], यदि "वे" से निर्देश करें, और जो देश कि वह समय "स" में अतिक्रम करे उसे "दे" से समझें, तो निम्नलिखित ध्रुवे इन सब राशियों के सम्बन्धों को बतलावेंगे।

$$वे = शा\,स = \frac{२दे}{स} = \sqrt{२\,शा\,दे}$$

$$शा = \frac{वे}{स} = \frac{२दे}{स^{२}} = \frac{वे^{२}}{२दे}$$

$$दे = \frac{स\,वे}{२} = \frac{शा\,स^{२}}{२} = \frac{वे^{२}}{२शा}$$

$$स = \frac{वे}{शा} = \frac{२दे}{वे} = \sqrt{\frac{२दे}{शा}}$$

(१) Spaces

(ग) कोई वस्तु सम शक्ति के कार्य्य से उत्तरोत्तर प्रति से-
केण्ड (अथवा समय के और किसी समान विभाग)
में जितना देश अतिक्रम करेगी वह द्वितय श्रेढि, १, ३,
५, ७, ९, इत्यादि संख्या का यथाक्रम अनुपाती होगा।

(घ) कोई वस्तु सम शक्ति के कार्य्य में गति के आरंभा-
वधि जितना देश अतिक्रम करेगी वह, समय के व-
र्ग का अनुपाती होगा (अर्थात् जितना२ समय उस
वस्तु के चलने में लगेगा उस्के अनुसार न्यूनाधिक
होगा।

(ङ) किसी वस्तु में, सम शक्ति के कार्य्य से, एक नि-
र्दिष्ट देश के अतिक्रम करने में जो वेग उत्पन्न होगा
वह, उस देश के वर्ग मूल का अनुपाती होगा।

(च) कोई वस्तु अपनी गति के आरम्भावधि सम श-
क्ति के कार्य्य से जितना देश अतिक्रम करेगी वह,
उस देश का आधा होगा जो उतने समय में दि, शेष
वेग के तुल्य सर्व्व क्षण में समान वेग होने से वह
अतिक्रम करती।

४६। उक्त नियमों को स्पष्ट रूप से एक दृष्टि में दिख-
लाने के लिये, और उन्के परस्पर सम्बन्ध के समझने-
के लिये, निम्न लिखित सकोष्ठ, जिस्के अङ्क सेकेण्ड
तक के अङ्क हैं, दिया जाता है।

समय अर्थात् शक्तिने कितनी देर तक कार्य्य किया	वेग जो वस्तु में उत्पन्न हुआ	देश जो सारे समय में अतिक्रम किया	देश जो प्रत्येक उत्तरोत्तर क्षण में अतिक्रम किया
१	२	१	१
२	४	४	३
३	६	९	५
४	८	१६	७
५	१०	२५	९
६	१२	३६	११
७	१४	४९	१३

गुरुत्वजन्य गति

५०। जो कि गुरुत्वजन्य शक्ति दिशा और परिमाण में सर्वदा एकसी* रहती है; इसलिये यह और सब शक्तियों की न्यूनतम (1) प्रमापक सर्वत्र निर्धारित हुई है, अर्थात् और सब शक्तियों की इसी शक्ति से तुलना होती है। गुरुत्व शक्ति का यथार्थ परिमाण लण्डन के अक्षांश (2) में (जो बड़ी सावधानता से मापा गया) यह

* वस्तुतः गुरुत्वजन्य शक्ति सर्वत्र एकसी नहिं होती, क्योंकि पृथिवी के केन्द्र से जितने दूर कोई स्थान हो उसकी दूरी के वर्ग के अनुसार यह न्यूनाधिक होती है; पर इससे ऐसा थोड़ा भेद पड़ता है कि पृथिवी के ऊपर के तल की गुरुत्व शक्ति को यदि १०,००० से निर्देश करें, तो उससे एक मील ऊंचे स्थान की गुरुत्व शक्ति ९९९४ होगी।

(1) Unit of Measure. (2) Latitude

निश्चित हुआ कि इससे एक वस्तु प्रथम सेकेण्डमे १९३ इञ्च अर्थात् प्राय १६ १/१२ फुट शून्यमे गिरेगी (शून्यमे गिरने से तात्पर्य्य यह है कि उसके गिरनेके पथमे वायु का विरोध कुछ भी नहो)।

५१। किसी निर्दिष्ट समयमे एक वस्तु निर्विरोध गुरुत्व जन्य शक्ति से कितनी गिरेगी यह निरूपण करने के लिये समय (सेकेण्ड) के वर्गको १६ १/१२ (अथवा स्थूल गणना मे १६) से गुणन करना चाहिये, जिससे फुट निकलेंगे। किसी निर्दिष्ट उंचाई से एक वस्तुके गिरने मे कितना समय लगेगा यह निरूपण करने के निमित्त ऊंचाई के (फुटोंके) वर्ग मूलको ४ से भाग देना चाहिये, लब्धि सेकेण्ड (समय) होंगे, किसी निर्दिष्ट समय तक यदि एक वस्तु पर गुरुत्वजन्य शक्तिका कार्य्य हो और उस समयके अन्तमे वह वस्तु कितना वेग प्राप्त होगी यह निरूपण करना हो तो समय (के सेकेण्ड) को ३२ १/६ से गुणन करो, और गुणन फल वेग (के प्रति सेकेण्ड फुटों) को बतावेगा; अथवा कोई वस्तु किसी निर्दिष्ट उंचाई से गिरने मे कितना वेग प्राप्त हुई है यह जानना हो तो उंचाईके (फुटोंके) वर्ग मूलको ८ ०२ से (अथवा स्थूल गणनामे ८) से गुणन करो, तो गुणन फल उस वस्तु का (प्रति सेकेण्ड, फुटोंमे) वेग

होगा।*

५२। निम्नलिखित प्रकोष्ठ में, जो ४५ वें परिच्छेदस्थ प्रकोष्ठ के नियमानुसारादि बना है, गुरुत्व जन्य शक्ति के एक पतित वस्तु के (प्रति सेकेण्ड के) प्राप्त वेग और देश प्रदर्शित हुए हैं।

समय अर्थात् वस्तु के गिरने के सेकेण्ड	वेग जो प्रति सेकेण्ड वस्तु को प्राप्त हुआ उसके फुट	देश अर्थात् सारे समय में जितने फुट वस्तु गिरी	देश अर्थात् प्रति सेकेण्ड जितने फुट वस्तु गिरी
१	३२ $\frac{१}{६}$	१६ $\frac{१}{१२}$	१६ $\frac{१}{१२}$
२	६४ $\frac{१}{३}$	६४ $\frac{१}{३}$	४८ $\frac{१}{४}$
३	९६ $\frac{१}{२}$	१४४ $\frac{३}{४}$	८० $\frac{५}{१२}$
४	१२८ $\frac{२}{३}$	२५७ $\frac{१}{३}$	११२ $\frac{७}{१२}$
५	१६० $\frac{५}{६}$	४०२ $\frac{१}{१२}$	१४४ $\frac{३}{४}$
६	१९३	५७९	१७६ $\frac{११}{१२}$
७	२२५ $\frac{१}{६}$	७८८ $\frac{१}{१२}$	२०९ $\frac{१}{१२}$

(१)

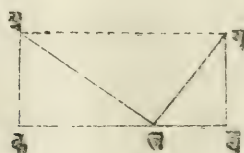
नत क्षेत्र पर गति

५३। कोई वस्तु गुरुत्व जन्य शक्ति के कार्य से यदि एक नत क्षेत्र पर उतरे, तो उसकी वर्द्धमान शक्ति उस अनुपात सम्बन्ध से घटती है, जो नत क्षेत्र की लम्बाई

* ३० वें पत्रस्थ सूत्रों के "श" के स्थान में यदि ३२° अथवा ३२ है, रक्खा जावेगा तो वे गुरुत्व जन्य शक्ति से गति प्राप्त वस्तुओं के देश काल, और वेग के सम्बन्ध बतावेंगे।

(1) Inclined planes

और उसकी उंचाई मेहै, और इसीलिये उतरने का काल भी उसी सम्बन्ध से बढ़जाता है; पर वस्तुका वेग क्षेत्र की तली पर पहुंच कर उतनाहि होजाताहै जितना कि स्वतन्त्र उस उंचाई से गिरनेसे होता जोकि क्षेत्र की उंचाई है, क्षेत्रकी लम्बाई अथवा नति चाहे कितनीहि हो। परन्तु रगड़ के विरोध से जो गति और वेग मे न्यूनता होतीहै वह यहां नहि सोची गई। यथा;

(चित्र ४५)

चित्र ४५ मे अख और गख यदि दो नतक्षेत्र हों और दोनों की उंचाई अक, गघ समान हो, पर लम्बाई, और इसीलिये नतिका क्रम भी विभिन्न हो। तो, क्षेत्र अख पर गुरुत्व जन्य शक्ति, स्वाभाविक गुरुत्व जन्य शक्तिसे वहि सम्बन्ध रक्खेगी जो कि क्षेत्र की उंचाई अक, उसी लम्बाई अख से सम्बन्ध रखती है; और उस वस्तुका क्षेत्र पर उतरने का काल उसकाल से जो कि उंचाई अक से सीधे गिरने मे लगता वहि सम्बन्ध रक्खेगा, जोकि

लम्बाई अख का ऊंचाई अक से सम्बन्ध है। इसी प्रकार गख तलक्षेत्र पर उतारने की शक्ति, गुरुत्वजन्य शक्ति से यदि सम्बन्ध रक्खेगी, जोकि ऊंचाई गघ का लम्बाई गख से सम्बन्ध है; और क्षेत्र पर उतारने का समय, ऊंचाई से गिरने के समय के साथ यदि सम्बन्ध रक्खेगा, जोकि लम्बाई गख का ऊंचाई गघ के साथ सम्बन्ध है। परन्तु इन दोनों क्षेत्रों पर उतारने में वस्तु को यदि वेग प्राप्त होगा जोकि ऊंचाई अक अथवा गघ से सम्बन्ध रूप गिरने से होगा।

घर्षण

५४। अभी तक वस्तुओं की जड़ता को हि हमने उनकी गतिका विरोधक समझा है। पर व्यवहार में गति के विरोध के और कई कारण हैं जिनमें मुख्य घर्षण वा रगड़ है, और उस मार्ग[1] का विरोध जिसमें से वस्तु की गति होती है। ये मार्ग प्रायशः वायु वा जल हैं। सो अब हम इन विरोधों का कुछ वर्णन करते हैं।

५५। हम पहिले कह चुके हैं कि वस्तुओं की गति के प्रति यदि वायु का विरोध न हो और रगड़ भी न हो, तो अत्यल्प परिमाण शक्ति से भी चाहे कैसी हि बड़ी वस्तु हो गति प्राप्त होगी अर्थात् उसकी स्थिर अवस्था जाती रहेगी, यद्यपि उसके वेग की उत्पत्ति के निमित्त

(१) Medium

उस शक्ति का कार्य्य अधिक काल स्थाई होना चाहिये पर व्यवहार मे हम देखते हैं कि किसी बोझ के हिलाने के लिये समधिक शक्ति प्रयोजनीय होती है, सो किसी वस्तु के केवल हिलाने पर जितनी शक्ति की आवश्यकता होती है वह उस वस्तु का अन्य वस्तु के साथ जिससे वह मिली हुई है। घर्षण का प्रमापक है। अपरञ्च हम पहिले कह चुके हैं कि जब किसी वस्तु मे कुछ थोड़ी सी भी शक्ति प्रयुक्त हो तो वह विना किसी और शक्ति के सदैव चलती रहेगी, पर व्यवहार मे हम देखते है कि किसी वस्तु के वेग के ह्रास-रहित रहने के लिये एक स्थाई शक्ति की आवश्यकता है, और यह शक्ति उस वस्तु के गति जन्य घर्षण का प्रमापक है। इस वर्णन से ज्ञात होगा कि दो प्रकार के घर्षण हैं, एक वह जो केवल दो वस्तु के स्पर्श से होता है जो गति के आरम्भ का विरोधक है और जिसके पराभव किये विना वस्तु हिल नहि सकती, और दूसरा वह जो दो वस्तु के रगड़ से अथवा एक दूसरे से मिलकर चलने से होता है जिसके पराभव करने के निमित्त और गति को समान रखने के निमित्त एक स्थाई शक्ति की आवश्यकता है। इनमे से पहिले प्रकार के घर्षण को स्थिति^(1)घर्षण, और दूसरे प्रकार के घर्षण को गति^(2)घर्षण कहते हैं।

(1) Friction of quiescence
(2) Friction of motion

५८। द्रव्यभेदसे घर्षण के परिमाणका भेद होता है, अर्थात् जिन दो द्रव्योंके तल[1]मे स्पर्श होताहै अथवा एक दूसरे पर रगड़ लगती है, उनकी विभिन्नताके अनुसार घर्षण का परिमाण न्यूनाधिक होताहै। और चर्बी (वसा) तेल प्रभृति कई विशिष्ट द्रव्य उनके बीचमे अर्थात् रगड़ के स्थान पर लगाये जानेसे घर्षण के उक्त परिमाण का बहुत लाघव होजाताहै; इन द्रव्योंको ओंगन[1] कहतेहैं। परीक्षासे यह भी विदित हुआ है कि जिन दो तलों[2]मे परस्पर रगड़ लगती है उनके परिमाण की, अथवा उनकी गति के वेगकी, न्यूनाधिकता से घर्षण के परिमाण मे कुछभी न्यूनाधिकता नहि होती, परन्तु उन तलों पर दबाव की न्यूनाधिकता से घर्षण के परिमाण मे न्यूनाधिकता होतीहै, अर्थात् दबाव ज्यों२ बढ़ता जाताहै घर्षण का परिमाण भी त्यों२ बढ़ता जाता है, और दबाव ज्यों२ घटताहै घर्षण का परिमाण भी त्यों२ घटता है. फलतः विशेष२ तलोंमे और उनके घर्षणके परिमाण मे जो (अनुपात) सम्बन्ध है वह सर्वदा एकही रहता है। किसी दो तलोंके बोझ और घर्षण मे, एकसी अवस्थामे, जो नित्य सम्बन्ध रहता है, बोझ चाहे कितनाहि हो (उस एक परिमित [illegible]

(1) Lubricants (2) Surfaces

भीतर) उसे *Coefficient of friction* वा घर्षण की मात्रा कहते हैं॥

५०। निम्नलिखित कोष्ठ में कतिपय विभिन्न द्रव्यों की घर्षण की मात्रा जो परीक्षा से विदित हुई, लिखी है और उनके साम्हने "विरोध की अवधि के कोण"(१) भी लिखे हैं जिनका वर्णन आगे होगा।

द्रव्य जिनका परस्पर स्पर्श हो	घर्षण की मात्रा	विरोध की अवधि के कोण
प्रतिघर्षण के विषय में मोरिन साहब की परीक्षा		
कठिन पत्थर (जिससे चूना बनता है) (*Calcareous*), उसी प्रकार पत्थर	·७४	३६° ३०'
नरम (मृदु) पत्थर (– तथा –), — उसी प्रकार पत्थर पर	·३८	२०° ४९'
लोहा, लोहे पर —	·१४	७° ५८'
लोहा, ढले हुए लोहे और पीतल पर —	·१८	१०° १२'
ढला हुआ लोहा, ढले हुए लोहे पर —	·१५	८° ३२'
पीतल, पीतल पर —	·२०	११° १९'
पीतल, ढले हुए लोहे पर —	·२२	१२° २५'
पीतल, लोहे पर —	·१६	९° ६'
चमड़े की माल, लकड़ी की गरारी पर —	·४७	२५° ११'
— तथा, —, ढले हुए लोहे की गरारी पर	·२८	१५° ३९'

(1) *Limiting Angle of resistance*

"घर्षण की मात्रा" और "विरोध की अवधि के कोण" के उल्लिखित मूल्य बिना अनुलेप के हैं।

५८। पत्थर के घर्षण की मात्रा उन्के संस्तरों(१) की कठिनाई और चिकने पन पर अधिकांश निर्भर करती है और ·५८ से ·६४ तक देखी गई है, और इन्के विरोध की अवधि के कोण ३०° से ४०° तक देखे गए हैं।

५९। जब अनुलेप इतना हो कि उससे दोनों तल नितान्त पृथक रहैं तो मोरिन साहेब की परीक्षा के अनुसार पानी वा जैतून(२) के तेल से लकड़ी पर लकड़ी की, धातु पर लकड़ी की, लकड़ी पर धातु की, वा धातु पर धातु की घर्षण की मात्रा प्राय समान रहती है, और ·०७ और ·०८ के मध्य में होती है; केवल इतना विशेष है कि चर्बी का अनुलेप होने से धातु पर धातु की घर्षण की मात्रा ·१० होती है।

६०। स्पर्श के अधिक काल रहने से स्थिति घर्षण बढ़ जाती है। और यह भी देखा गया है कि जिन दो तलों में स्पर्श हो उन पर यथोचित आघात वा धक्का लगने से स्थिति घर्षण विहरित होजाता है अथवा गति घर्षण के तुल्य रह जाता है।

६१। कोई वस्तु यदि एक ऐसे नत क्षेत्र(३) पर रक्खी हो कि जिसकी भूमि क ख की लम्बाई (चित्र १५ देखो) उसी

(1) bed (2) olive oil (3) Inclined plane

ंचाई गक से यदि (अनुपात) सम्बन्ध रखती हो कि जो
(चित्र १५)

उस वस्तु का बोझ, उस क्षेत्र के तल पर उसके, घर्षण की मात्रा से रखता हो तो वह वस्तु उस क्षेत्र पर खिसकने लगेगी और उस पर यदि कुछ भी वेग प्रयुक्त हो तो वह ऐसी चलती रहेगी कि मानो उसके प्रति घर्षण का विरोध कुछ भी न था।

(चित्र १६)

६३। यदि समतल क्षेत्र गख पर निर्दिष्ट (चित्र १६ देखो) किसी वस्तु या एक शक्ति का कार्य हो जिस की दिशा क्षेत्र पर लम्ब कस के साथ जो कोण सकख बना-

तो है वह यदि उतनाहि हो जितना कि चित्र ४५ मे ततसे
त्रका कोण अकलव* है, तब वह वस्तु (शक्ति चाहे कितनी
हि हो) तेत्र गत्र पर फिसलने वाली होगी, और कोण अ
कलव यदि कुछ भी बढ़ाया जाय तो वह वस्तु गति विशि
ष्ट होजायगी। मोसली साहब ने अकलव कोण का नाम
"विरोध की अवधि का कोण" रक्खा है; विभिन्न द्रव्यों
के निमित्त इसका मूल्य ५० परिच्छेदीय प्रकोष्ठ के तृतीय
स्तम्भ मे लिखा है। यह विषय दिवाल और महराबके
स्थापित निरूपण करने मे बहुत उपकारी है।

वायुका विरोध

८३। वस्तुओं की गतिको दूसरा विरोध वायुका हो
ता है। इस विरोधका परिमाण वस्तु के आकार पर
निर्भर करता है; पर हम यहां केवल उस अवस्था
का वर्णन करते हैं जब कि किसी वस्तु का समत
ल वायुके सन्मुख हो। ऐसी अवस्था मे विरोधका
परिमाण सन्मुखीन समतल के तेत्रफल के अनु
पात सम्बन्ध से न्यूनाधिक होता है; अर्थात् तेत्र
फल जितना अधिक होता है विरोध भी उतनाहि
अधिक होता है; पर वेग के वर्ग के अनुपात सम्बन्ध

* कोण अकलव अर्थात् "विरोध की अवधि का कोण" वह है जिसकी स्पर्शरेखा,
त्रिज्या १ होने से, घर्षण की मात्रा के तुल्य होती है।

से न्यूनाधिक होताहै। इस विरोधका परिमाण वस्तु की गहराई वा मोटाई पर भी कुछ निर्भर करता है, क्योंकि यदि दो वस्तुओं का समान समतल वायु के सन्मुख हो, और एक वस्तु पतली हो दूसरी मोटी, तो मोटी की अपेक्षा पतली वस्तु पर वायु का विरोध अधिक होताहै। पतले समतल के प्रति वायुका विरोध जानने के लिये क्षेत्र फल के वर्ग फुटोंको, प्रति सेकण्ड जितने फुट वेग हो उसके वर्ग से गुणन करके गुणन फल को ·००१७ से गुणन करने से विरोध के "पौण्ड" अर्थात् अधसेरे निकलेंगे, जो घन वस्तु के प्रति वायु का विरोध जानना हो तो सामने के समतल के क्षेत्रफल को वेग के वर्ग से उसी प्रकार गुणन करके, गुण फल को ·००१४ से गुणन करने से विरोध का परिमाण निकलेगा। जो एक पटी ऐसी हो कि उसकी लम्बाई उसके सामने के क्षेत्र के भुज से तिगुनी हो, तो क्षेत्रफल को वेग के वर्ग से गुणन करके उसी प्रकार फेर ·००११ से गुणन करना चाहिये जिससे विरोध के परिमाण के अधसेरे निकलेंगे॥

जलका विरोध

६४। जल के विरोध के भी वैसेहि नियम हैं जैसे कि

वायुके विरोधके, अर्थात् विरोधके अभिमुख जो समतल हो उसके क्षेत्रफल और वेगके वर्गके अनुसार विरोध के परिमाण का न्यूनाधिक्य होता है। विरोध के परिमाण के पौण्ड अर्थात् अधसेर निकालने के लिये, समतल क्षेत्र फलके वर्ग फुटों को वेगके वर्गसे गुणन करके गुणन फलको ·००५ से गुणन करना चाहिये।

डुबुआट् नामक विद्वान ने निर्धारण किया कि जब कोई वस्तु किसी निर्दिष्ट वेगसे जल वा वायु के विरुद्ध गति करती है तब उसका विरोध इतना नहिं होता जितना कि जल वायु उतनेहि वेग से उस वस्तु के, जो स्थिर हो, विरुद्ध गति करने से उनको विरोध मिलता है॥ इति-

ग्रन्थकर्त्ता के विरचित विक्रेय पुस्तक

	मूल्य विना महसूल
सरल व्याकरण, संस्कृत का हिन्दी में	५)
लघु व्याकरण, ... तथा	॥)
नवीन चन्द्रोदय, हिन्दी का व्याकरण	।≈)
तत्त्वबोध, हिन्दी	॥)
उपनिषत्सार, संस्कृत हिन्दी	॥)
लक्ष्मी सरस्वती संवाद, हिन्दी, (कन्याओं की पाठ्य पुस्तक)	
प्रथम भाग	≡)
द्वितीय भाग	।)
शब्दोच्चारण (नवीन प्रकार, शीघ्र लिखिने योग्य)	~)
सद्धर्मसूत्र	≡)
जलस्थिति, जलगति, और वायु के तत्त्व	॥)
स्थिति तत्त्व और गति तत्त्व	।≈)

निवेदन। जिन्हें इन पुस्तकों में से कोई पुस्तक मोल लेना हो वे ग्रन्थकर्त्ता के नाम अथवा "रजिस्ट्रार पञ्जाब युनिवर्सिटि कालेज, लाहोर" इस पते से, मूल्य सहित पत्र भेजें। डाक महसूल पृथक् भी प्रति पुस्तक ~) के हिसाब से भेज दें। सरल व्याकरण के निमित्त महसूल ≡) भेजना चाहिये।